

# Mikrowellen

---

## 1 Vorausgesetzte Kenntnisse

---

1. Herstellung und Nachweis von Mikrowellen
2. Elektromagnetisches Spektrum; typische Frequenzen und Wellenlängen, Einordnung von Mikrowellen
3. Brechung, Reflexion, Absorption
4. Polarisierung von elektromagnetischen Wellen
5. Michelson-Interferometer
6. Streuung an Objekten, die als (Raum-)Gitter angeordnet sind, *Bragg*-Bedingung
7. Totalreflexion, Tunneln (gestörte innere Totalreflexion)

---

## 2 Mitzubringende Hilfsmittel

---

Bringen Sie folgende Materialien mit:

**Hinweis:** Wenn Sie sich schon vor dem Versuch für eine der Wahlaufgaben entschieden haben, müssen Sie nicht alle Papiere, sondern nur die für die Wahlaufgabe benötigten mitbringen.

- 1 Blatt Polarkoordinatenpapier
- 1 Blatt einfach-logarithmisches Papier (2 Dekaden)
- 1 Blatt Millimeterpapier
- 1 Blatt doppelt-logarithmisches Papier (jeweils 2 Dekaden)

---

## 3 Literatur

---

Beispielsweise:

- **Raith, W., Bergmann, L., Schaefer, C.:** *Elektromagnetismus*, 9. überarb. Auflage, de Gruyter Verlag, Berlin, 2006.
- **Bergmann, L., Schaefer, C.:** *Lehrbuch der Experimentalphysik: 3. Optik*, 8. Auflage, de Gruyter Verlag, Berlin, 1987.
- **Kassing, R., Blügel, S., Bergmann, L., Schaefer, C.:** *Lehrbuch der Experimentalphysik: 6. Festkörper*, 2. überarb. Auflage, de Gruyter Verlag, Berlin, 2005.
- Ergänzende Literatur in der Mappe zu Versuch E8

**Schauen** Sie auch nach der Abteilung Elektrik in den Webseiten des Grundpraktikums.

---

## 4 Teileliste

---

- Mikrowellensender (Gunn-Diode) – Wellenlänge beträgt wenige cm;
- Mikrowellenempfänger;
- Mikrowellensonde;
- Optische Bank;
- Zweiarm-Drehteller mit Antriebsmotor und Winkeleinteilung;
- 2 Stative;
- 1 Strahlteiler;
- 1 Polarisationsgitter;
- 2 plankonvexe sphärische Linsen;
- 2 Spiegel;
- 2 rechtwinklige Prismen;
- Tisch für Prismen mit Vortrieb;
- 1 planparallele Holz- oder Kunststoffplatte;
- 1 Kristall-Modell eines einfach-kubischen Gitters;
- 1 Fresnel-Zonenplatte;
- 1 Audioverstärker.

---

## 5 Grundlagen

---

Mikrowellen sind wie das optisch sichtbare Licht elektromagnetische Wellen. Sie folgen den Gleichungen von Maxwell. Man unterscheidet sie nur aufgrund der Frequenzen bzw. der Wellenlängen. Während die Wellenlänge im optisch sichtbaren Bereich etwa bei 500 nm liegt, ist sie für Mikrowellen etwa im Zentimeterbereich. Es sollten daher alle Versuche, die in der Optik möglich sind, auch mit Mikrowellen durchführbar sein. Hierbei müssen aber alle Abmessungen auf die um das gut  $10^4$ -fache gewachsene Wellenlänge abgestimmt werden.

Vorteilhaft an Mikrowellenversuchen ist, dass sich im Zentimeterbereich abspielt, was sonst in  $\mu\text{m}$ -Abmessungen erfolgt – so lassen sich Polarisatoren mit einfachen Drahtgittern herstellen, oder zwei Prismen im Millimeterabstand machen den Tunneleffekt messbar.

Will man Beugungsexperimente mit Mikrowellen durchführen, so ist zu beachten, dass in der Praxis alle relevanten Längen höchstens um eine Größenordnung größer als die Wellenlänge sind. Ohne Verwendung abbildender Elemente ist daher das Beugungsmuster nach Fresnel und nicht nach Fraunhofer zu beschreiben.

---

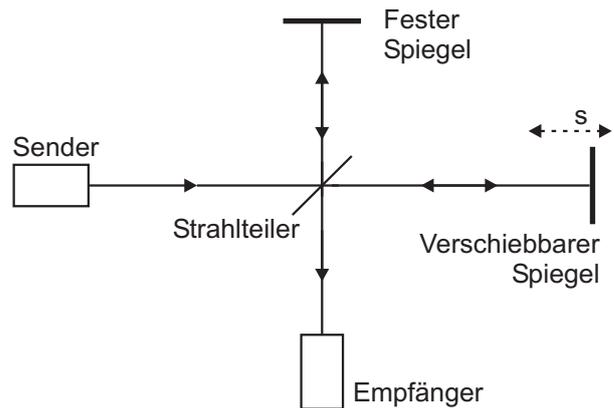
### 5.1 Michelson-Interferometer

---

Ein Michelson-Interferometer kann zur sehr präzisen Bestimmung der Wellenlänge genutzt werden. Dabei wird eine elektromagnetische Welle beim Durchgang durch einen teildurchlässigen Spiegel (Strahlteiler) in zwei Teilwellen aufgespalten. Diese durchlaufen zwei verschiedene Wege, werden an zwei Spiegeln reflektiert und kehren zum Strahlteiler zurück.

Die zum Empfänger laufende Welle ist die Überlagerung beider Teilwellen: Jede wurde am Strahlteiler einmal reflektiert und einmal durchgelassen. Die zurückgelegten Wegstrecken unterscheiden sich um den *Gangunterschied*  $2\Delta s$ , die doppelte Differenz der Armlängen. Die interferenzbedingte Intensität kann mit einem Empfänger registriert werden.

Durch das Ausmessen einer Reihe von Maxima bzw. Minima als Funktion der Verschiebung  $\Delta s$  eines Spiegels lässt sich die Wellenlänge bestimmen.



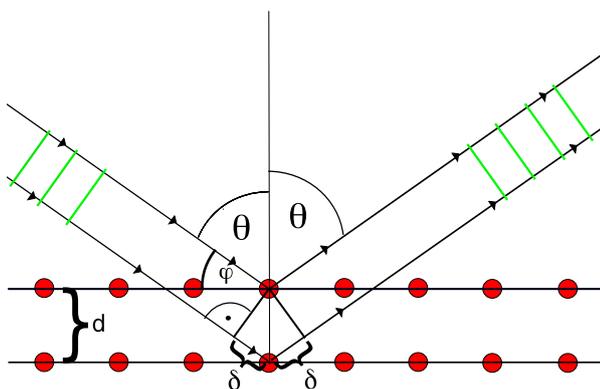
**Abbildung 1:** Aufbauskitze zum Michelson-Interferometer

## 5.2 Welle im Medium

Durchläuft eine elektromagnetische Welle ein Medium, so regt es die Atomelektronen zu erzwungenen Schwingungen an. Diese schwingenden Dipole strahlen ihrerseits wieder elektromagnetische Wellen mit derselben Frequenz  $\nu$ , aber phasenverzögert ab.

### 5.2.1 Streuung, Beugung, Bragg-Streuung

Einerseits kann man die Überlagerung vieler Einzelwellen betrachten, die von vielen solchen schwingenden Dipolen abgestrahlt werden, wobei man eine andere Richtung wählt als die der anregenden Welle. Bei geeigneter räumlicher Anordnung der Dipole ist eine konstruktiv interferierende Überlagerung möglich; dadurch entstehen intensive Wellen, die in andere Richtungen laufen als die anregende Welle.



**Abbildung 2:** Bragg-Bedingung

Als *Bragg-Gitter* bezeichnet man Gitterstrukturen, an denen elektromagnetische Wellen Beugungs- und Interferenzphänomene aufzeigen. Ein Beispiel dafür ist die Beugung von Röntgenstrahlen an Kristallgittern. An den besetzten Plätzen des Kristalls, die man einzelnen zueinander parallelen Netzebenen zugeordnet hat, werden die Röntgenstrahlen gebeugt. Man erhält immer dann eine auslaufende Gesamtwelle, wenn die Einzel„strahlen“ konstruktiv interferieren, d. h. wenn die Wegstrecke  $2\delta$  ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist. Mit Hilfe des Einfallswinkels  $\theta$  und des Netzebenen-Abstandes  $d$  erhält man die *Bragg-Bedingung* aus dieser Interferenzforderung.

## 5.2.2 Brechungsindex, Brechung, Totalreflexion

Andererseits ergibt die Überlagerung mit der anregenden Welle eine von den nachfolgenden Nachbaratomen als verspätet „empfundene“ Welle; die resultierende Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c'$  im Medium ist kleiner als die Lichtgeschwindigkeit  $c$  im Vakuum. Der Brechungsindex  $n$  eines Mediums ist definiert durch

$$n = \frac{c}{c'} = \frac{\lambda}{\lambda'} \quad (1)$$

wegen  $c' = \nu \cdot \lambda'$  ändert sich auch die Wellenlänge im Medium.

Allgemein gilt beim Überschreiten einer Grenzfläche zwischen Medien mit den Brechungsindizes  $n_1$  und  $n_2$  das Snellius'sche Brechungsgesetz

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{n_2}{n_1} \quad (2)$$

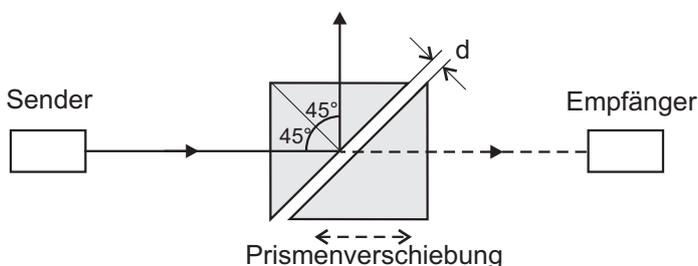
Die Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  werden von der Senkrechten auf die Grenzfläche (dem sog. Einfallslot) aus gemessen. Mit Luft (bzw. Vakuum) als zweitem Medium gilt  $n_2 = 1$  und demnach  $n_1 = \sin(\alpha_2)/\sin(\alpha_1)$ . Beim Übergang vom optisch dichteren zum optisch dünneren Medium ( $n_1 > n_2$ ) gibt es den Grenzwinkel der Totalreflexion  $\alpha_{\text{Grenz}}$ , bei dem  $\sin(\alpha_2)$  den größtmöglichen Wert 1 annimmt:  $\alpha_2 = 90^\circ$ . Für größere Einfallswinkel wirkt die Mediengrenze wie ein Spiegel und reflektiert die gesamte Intensität.

Zwischen dem Brechungsindex  $n$  und der relativen Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon_r$  gilt näherungsweise<sup>1</sup> die Beziehung  $n = \sqrt{\epsilon_r}$ . In folgender Tabelle sind Werte für  $\epsilon_r$  aufgeführt.

Material		$\epsilon_r$ bei $\nu/\text{Hz}$		Bauteile
PE	(Polyethylen)	$2,3 \pm 0,1$	$10^8$	schwarze Linsen und Prismen
PP	(Polypropylen)	$2,3 \pm 0,1$	$10^6$	graue Prismen
MDF	(Holz/Medium Density Fiberboard)	$2,13 \pm 0,01$	$10^8$	Brett

Nähert man einer totalreflektierenden Mediumgrenze eine weitere Grenzfläche eines optisch ausreichend dichten Mediums (z. B. beide Objekte aus gleichem Material, dazwischen eine Luftschicht), so stellt man fest: Ist der Abstand  $d$  von der Größenordnung  $\lambda/2$  oder kleiner, so wird nicht mehr alle Strahlung reflektiert, sondern ein Teil durchdringt („tunnelt“ durch) den Luftspalt und läuft im zweiten Objekt weiter. Diesen Vorgang bezeichnet man als gestörte innere Totalreflexion oder auch als optischen Tunneleffekt. Die Tunnelwahrscheinlichkeit  $T$  nimmt mit wachsendem  $d$  exponentiell ab:

$$T = \frac{I_{\text{Tunnel}}}{I_0} = \exp\left(-\frac{4\pi d}{\lambda} \sqrt{n_{\text{Prisma}}^2 \cdot \sin^2(\alpha) - 1}\right) \quad (3)$$



**Abbildung 3:** Luftspalt zwischen zwei Prismen

In unserem Experiment wird der Luftspalt zwischen den Flächen an den Hypotenusen zweier rechtwinkliger Prismen realisiert. Den Prismenabstand  $d$  kann man mit einem Schraubenvortrieb sehr fein einstellen. Das Material (ein Kunststoff) dieser Prismen ist für unsere Mikrowellen bei  $\alpha = 45^\circ$  totalreflektierend (nachprüfen!).

<sup>1</sup> $n = \sqrt{\mu_r \cdot \epsilon_r}$ . Die relative Permeabilität  $\mu_r$  unserer Kunststoffe ist praktisch gleich eins.

### 5.3 Gittervektoren, Miller'sche Indizes

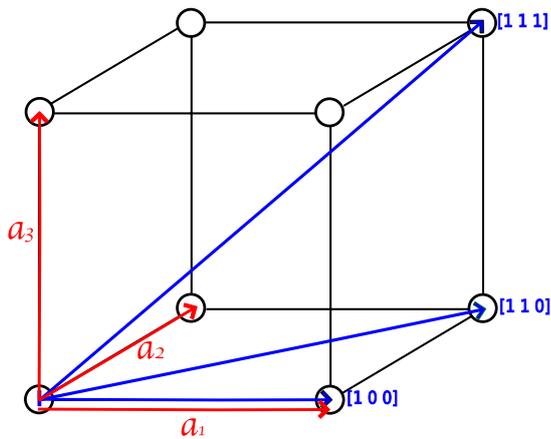


Abbildung 4: Gitterkoordinaten im einfach-kubischen Gitter

Jeder Vektor, der zwei Plätze eines Kristallgitters verbindet, ist ein sog. Kristall-Gitter-Vektor. Wegen des periodischen Aufbaus des Gitters aus Elementarzellen (letztere werden aus den Basisvektoren  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  aufgespannt) ist jeder Gittervektor eine Summe aus ganzzahligen Vielfachen der Basisvektoren, d.h. seine Gitterkoordinaten bilden ein Tripel aus ganzen Zahlen.

Immer dann, wenn allein die Richtung eines Gittervektors maßgebend ist, kürzt man seine Gitterkoordinaten auf ein Tripel kleinstmöglicher Ganzzahlen herunter. Den so erhaltenen Gittervektor  $u\vec{a}_1 + v\vec{a}_2 + w\vec{a}_3$  notiert man in eckigen Klammern als  $[u\ v\ w]$ .

Um Ausrichtungen von Ebenen eines Kristallgitters eindeutig zu beschreiben, verwendet man sogenannte Miller'sche Indizes. Eine Ebene im Kristallgitter (und alle zu ihr parallelen Ebenen) wird dabei mit einem Zahlentripel in runden Klammern  $(h\ k\ l)$  gekennzeichnet.  $h, k$  und  $l$  geben dabei die Komponenten eines sog. reziproken Gittervektors an, der senkrecht auf den zu beschreibenden Netzebenen steht. Eine solche Netzebene schneidet dann die Basisvektoren des realen Kristallgitters in den Punkten  $\frac{1}{h}\vec{a}_1, \frac{1}{k}\vec{a}_2$  und  $\frac{1}{l}\vec{a}_3$ . Parallele Ebenen schneiden die Basisvektoren in ganzzahligen Vielfachen davon.

Im besonderen Fall des einfach kubischen Gitters sind die Basisvektoren des reziproken Gitters parallel zu denen des realen Kristallgitters und der (reale) Gittervektor  $[h\ k\ l]$  steht senkrecht auf der Netzebene  $(h\ k\ l)$ .

## 6 Hausaufgaben

Vor dem Praktikumstermin zu Hause zu erledigen:

1. (Physiker: alle Teilaufgaben, Chemiker: alle Teilaufgaben außer d)):
  - a) Berechnen Sie die Näherungswerte für die Brechungsindizes der verfügbaren Bauteile anhand der in der Tabelle dieser Anleitung aufgeführten Dielektrizitätskonstanten, und bestimmen Sie den Grenzwinkel der Totalreflexion  $\alpha_{\text{Grenz}}$ . Berechnen Sie außerdem unter Zuhilfenahme der Linsenmacherformel die Brennweite der Plankonvexlinse (Material PE, Krümmungsradius  $r_1 = 15\text{ cm}$ ).
  - b) Leiten Sie die Bragg-Bedingung her. Bereiten Sie eine Formel zur Berechnung der Gitterkonstanten und zur Berechnung der Glanzwinkel der  $(111)$ -,  $(110)$ - und  $(100)$ -Ebene vor. Machen Sie Sich Gedanken zur Positionierung des Kristallmodells für die Untersuchung dieser Ebenen.
  - c) Überlegen Sie, wie mit dem Michelsoninterferometer in Präsenzaufgabe 2 der Brechungsindex eines Objektes im Strahlengang bestimmt werden kann. Bereiten Sie die dazu benötigte Formel vor.
  - d) Überlegen Sie sich anhand der Teileliste, wie Sie Präsenzaufgabe 3 lösen können. Schreiben Sie hierzu einen entsprechenden Text mit den benötigten Formeln.

---

## 7 Präsenzaufgaben

---

1. Bestimmen Sie die Art der Polarisation und die Lage der Polarisationssebene der Mikrowellenstrahlung, wie sie aus dem Sender kommt. Verwenden Sie hierzu das Polarisationsgitter. Anschließend drehen Sie die Polarisationssebene um  $90^\circ$ . Testen Sie, ob der Empfänger wie ein Analysator wirkt.

**Hinweis:** Achten Sie bei jeder Messung darauf, die Skala des Messgerätes voll auszunutzen.

2. Bauen Sie die Michelson-Anordnung auf.
  - a) Suchen Sie durch Verschieben eines Spiegels die Positionen von einigen aufeinander folgenden Minima und Maxima. Bestimmen Sie die Wellenlänge  $\lambda$  der verwendeten Mikrowellen.
  - b) Bestimmen Sie nun den Brechungsindex einer planparallelen Holz- oder Kunststoffplatte, indem Sie diese in den justierten Strahlengang einfügen und ihr Verfahren aus Hausaufgabe 1.c) anwenden.

**Von den folgenden Aufgaben ist nur eine nach Absprache mit dem Betreuer zu bearbeiten (Chemiker bearbeiten alle die Präsenzaufgabe 5) :**

3. *Zirkulare Polarisation:*

Erzeugen Sie mit den vorhandenen Teilen zirkular polarisierte Mikrowellenstrahlung. Berechnen Sie die benötigte geometrische Anordnung und überprüfen Sie dies anhand einer winkelabhängigen Messung. Tragen Sie die Ergebnisse auf Polarkoordinatenpapier auf.
4. *Tunneleffekt:*

Verwirklichen Sie mit Hilfe zweier Prismen die gestörte innere Totalreflexion. Verwenden Sie hierbei parallele Mikrowellen und messen sie den transmittierten oder reflektierten Strahl (Reflexionsgeometrie). Bestimmen Sie die Abhängigkeit des gemessenen Empfängerstroms  $I$  vom Abstand  $d$  zwischen den Prismen. Tragen Sie den Strom  $I$  über den Abstand  $d$  in einfach-logarithmischer Darstellung auf, und berechnen Sie den Brechungsindex.
5. *Bragg-Streuung:*
  - a) Messen Sie am rotierenden Kristallmodell die maximalen Ausschläge in Abhängigkeit des Winkels  $\alpha = 2\phi$  und tragen Sie diese auf Millimeterpapier auf.
  - b) Identifizieren Sie die Linien. Berechnen Sie dann die Gitterkonstante und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Modell.
6. *Handy:*

Übertragen Sie ein Tonsignal mit Hilfe von Mikrowellen, d. h. bauen Sie (zumindest im Prinzip) ein „Handy“, indem Sie die Mikrowellenamplitude mit einem Tonsignal modulieren. Machen Sie das übertragene Signal mit dem Audioverstärker hörbar, und sehen Sie es sich auf einem Oszilloskop an. Ermitteln Sie die Abstandsabhängigkeit des Signals mittels doppelt-logarithmischem Papier und überprüfen Sie, auf welche Entfernung Sie ein hörbares Signal übertragen können, wenn Sie einmal den Mikrowellenempfänger mit ausgeprägter Richtcharakteristik und einmal die Mikrowellensonde mit annähernder  $360^\circ$ -Charakteristik verwenden. Protokollieren Sie Ihre Resultate auf geeignete Weise.